

SOLUÇÃO DE PROBLEMAS E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NO CAMPO CONCEITUAL DAS ESTRUTURAS ADITIVAS

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.20.174-190>

Eliana Cristina Carvalho Gabriel¹
Miriam Cardoso Utsumi²

Resumo: Este estudo investigou a solução de problemas de estrutura aditiva de 3 estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental, a partir de uma lista de problemas e de uma entrevista sobre as soluções. Os dados obtidos foram apresentados de acordo com as categorias: envolvimento na atividade, elaboração de estratégias próprias, construção e manipulação de representações múltiplas e compreensão conceitual. Tais categorias emergiram dos pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa. A análise dos protocolos não conseguiu evidências de que os estudantes tenham aprendido de maneira significativa o conceito de adição, uma vez que não conseguiram solucionar, de modo satisfatório, a maioria dos problemas. Os resultados parecem indicar que devemos evoluir das práticas de transmissão de informações e utilização mecânica da memória, para práticas que privilegiem a construção dos conhecimentos, juntamente com o desenvolvimento de atitudes e habilidades para solucionar problemas, considerando uma variedade de situações, os conhecimentos prévios e as experiências culturais de nossos estudantes.

Palavras-chave: Educação Matemática. Solução de Problemas. Aprendizagem Significativa. Adição.

PROBLEM SOLVING AND MEANINGFUL LEARNING IN THE CONCEPTUAL FIELD OF ADDITIVE STRUCTURES: POSSIBILITIES AND CHALLENGES

Abstract: This study investigated the problems solution of additive structure of 3 students of the initial years of elementary school using a list of problems and interview about the solution. The data were categorized according to the following categories: involvement in the activity, elaboration of own strategies, construction and manipulation of multiple representations and conceptual understanding. Such categories emerged from the assumptions of the meaningful learning theory. The analysis did not get evidence that students had significantly learned the concept of addition since they could not solve most of the problems. The results seem to indicate that we must evolve from the practices of information transmission and mechanical use of memory to practices that privilege the construction of knowledge and the development of attitudes and ability to solve problems, considering a variety of situations, the previous knowledge and cultural experiences of our students.

Keywords: Mathematics Education. Problems Solving. Meaningful Learning. Addition.

Introdução

Desenvolvemos um estudo sobre a solução de problemas de estrutura aditiva, realizada por estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, com base nos pressupostos da teoria

¹ Mestre em Educação (Programa de Pós graduação em Educação – PPGE UNICAMP); Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática e formação de professores – PSIEM GEPENAI/FE-UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, E-mail: elianacarvalhogabriel@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5935-3092>.

² Doutora em Educação; Programa de pós-graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática – PECIM e Programa de pós-graduação em Educação – Mestrado Profissional em Educação Escolar – FE UNICAMP, Líder do Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática e formação de professores – PSIEM GEPENAI/FE-UNICAMP Campinas, SP, Brasil, E-mail: mutsumi@unicamp.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7738-0513>.

de Ausubel e na teoria de Vergnaud. Selecionamos um protocolo de cada ano escolar para apresentar neste artigo.

Várias pesquisas têm mostrado as dificuldades de ensinar e aprender Matemática, em todos os níveis de ensino (SANTOS; SILVA, 2015; GABRIEL, 2018; LOOS-SANT'ANA; BRITO, 2017). Em geral, as práticas docentes aparecem associadas ao uso excessivo de técnicas de memorização, repetição de algoritmos, treino de operações em detrimento de práticas que privilegiam a compreensão dos processos de pensamento.

A recomendação das diretrizes oficiais (BRASIL, 1998, 2017) é que os estudantes, ao final da Educação Básica, sejam capazes de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de forma a favorecer a formulação e resolução de problemas em uma variedade de contextos.

No entanto, como ressaltado por Dante (2005), ensinar a resolver problemas não é uma tarefa fácil, pois ela não se constitui em um mecanismo direto de ensino, ao contrário, compreende uma gama de processos de pensamento que precisam ser construídos, ensinados e experimentados.

Rodrigues, Gomes, Santos e Abreu (2019) corroboraram essa dificuldade de ensinar a resolver problemas. Os pesquisadores desenvolveram uma sequência didática utilizando a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da resolução de problemas com estudantes de uma turma da Modalidade de Educação de Jovens e Adultos. A avaliação diagnóstica revelou que os estudantes apresentavam muitas dificuldades na realização das quatro operações básicas, tanto com números inteiros quanto com números racionais. A intervenção realizada, segundo os pesquisadores, propiciou novas experiências de aprendizagem e o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, no ritmo de cada um, considerando os conhecimentos prévios dos mesmos, de acordo com a Teoria da Aprendizagem Significativa – TAS (AUSUBEL, 2003).

Para Costa e Moreira (2001), a pesquisa em resolução de problemas tem se fundamentado, principalmente, nas teorias do processamento da informação, que destacam a importância de como o solucionador processa a informação contida no problema e no seu conhecimento prévio.

Em uma perspectiva mais abrangente, podemos definir a solução de problemas como:

[...] um processo que se inicia quando o sujeito se defronta com uma determinada situação e necessita buscar alternativas para atingir uma meta; nesses casos, o sujeito se encontra frente a uma situação-problema e, a partir daí desenvolve as etapas para atingir a solução. A solução de problemas é, portanto, geradora de um processo através do qual o aprendiz vai combinar,

na estrutura cognitiva, os conceitos, princípios, procedimentos, técnicas, habilidades e conhecimentos previamente adquiridos que são necessários para encontrar a solução com uma nova situação que demanda uma re-organização conceitual cognitiva. Trata-se, portanto, de re-organização dos elementos já presentes na estrutura cognitiva, combinados com os novos elementos trazidos (BRITO, 2006, p.19).

A despeito das diferentes concepções sobre resolução/solução de problemas, os autores parecem concordar de que problema é uma situação para a qual o indivíduo desconhece a solução e não dispõe de um caminho automático para encontrá-la.

Ainda que os exercícios sejam vistos como situações em que “o aluno aplica, de forma mecânica, uma fórmula ou um processo operatório” (BRASIL, 1997, p.43), eles são importantes e devem estar presentes no processo de ensino aprendizagem, para que os estudantes possam consolidar algumas habilidades necessárias para a resolução de problemas, como por exemplo o automatismo, reconhecimento de estratégias semelhantes, flexibilidade mental, clareza e racionalidade da solução (KRUTETSKII, 1976)

Entendemos que a variedade de situações propicia motivação e aprofundamento para a aprendizagem dos estudantes, uma vez que as atividades de ensino e aprendizagem estejam sustentadas numa organização adequada.

Contudo Etcheverria, Campos e Silva (2015) mostram que os problemas elaborados por professoras dos anos iniciais do ensino fundamental e os presentes em livros didáticos adotados nas escolas não contribuem para o aprofundamento das aprendizagens do campo aditivo. As pesquisadoras realizaram um estudo sobre resolução de problemas de estruturas aditivas com professoras. O teste diagnóstico evidenciou que a maior quantidade de problemas elaborados por elas era de transformação, seguido de composição e comparação, o mesmo padrão revelado pela análise do livro adotado pela escola. Além disso, a maior parte dos problemas era do tipo protótipo, considerado de pouca complexidade, ou seja, ao longo da escolaridade são reforçados problemas que os estudantes já dominam.

Mendonça, Pinto, Cazorla e Ribeiro (2007) já haviam identificado que nas séries iniciais do ensino fundamental costuma-se trabalhar problemas do campo aditivo dos protótipos de composição e transformação e nas séries finais dos anos iniciais trabalha-se com situações que exigem os mesmos tipos de raciocínios, porém com números maiores, dificultando a ampliação do campo aditivo dos estudantes. Nos problemas resolvidos por 1803 estudantes das séries iniciais do Ensino Fundamental da Bahia e de São Paulo, o que apresentou menor número de acertos foi um de transformação em que havia uma incongruência semântica no enunciado: apesar de apresentar a palavra-chave “ganhou”,

deveria ser solucionado por uma subtração, o que aponta uma interferência da linguagem na resolução dos problemas e provavelmente ausência de trabalho com diferentes situações que possibilitem a expansão e domínio do campo conceitual aditivo.

Santana, Cazorla, Oliveira (2009) corroboraram a interferência da linguagem na resolução de problemas no estudo realizado em duas escolas públicas da cidade de Itabuna, com 38 estudantes da 5ª série do ensino fundamental. Os resultados mostraram que as situações nas quais a taxa de acerto foi baixa, havia uma concentração dos erros ligados aos cálculos relacionais envolvidos nas situações propostas.

Encontramos na TAS de Ausubel e na Teoria dos Campos Conceituais - TCC de Vergnaud, elementos para organizar e analisar algumas atividades de ensino que tinham como foco a solução de problemas de estrutura aditiva.

De acordo com Moreira (2002) as duas teorias são cognitivistas e podem ser tomadas como complementares:

[...] a teoria de Ausubel, é uma teoria de aprendizagem em sala de aula, de aquisição de corpos organizados de conhecimento em situação formal de ensino, enquanto que a teoria de Vergnaud é uma teoria psicológica do processo de conceituação do real que se propõe a localizar e estudar continuidades e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual (p. 21).

Destarte as considerações anteriores, neste artigo, analisamos que aspectos da TAS são evidenciados na solução de problemas de estrutura aditiva por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Marco Teórico

A TAS tenta compreender o modo como o ser humano constrói significados, possibilitando que o professor elabore estratégias de ensino que facilitem uma aprendizagem significativa.

Para Ausubel (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; AUSUBEL, 2003), o cerne do processo de aprendizagem significativa é a ideia de que as novas informações se vinculam de maneira não arbitrária e substancial aos conhecimentos que o estudante já possui em sua estrutura cognitiva.

Já a TCC oferece um arcabouço para a investigação do desenvolvimento cognitivo dos estudantes e de suas aprendizagens das competências complexas considerando os conteúdos do conhecimento e seu domínio analisado conceitualmente (MOREIRA, 2002).

As ideias de Vergnaud sobre o papel do conhecimento prévio parecem convergir com a TAS de Ausubel. Para o autor o conhecimento prévio é indispensável no progressivo domínio de um campo conceitual, mas pode também, em alguns casos, ser impeditivo. Por exemplo: a álgebra se vale da aritmética, no entanto, para aprendê-la é preciso romper com a aritmética (MOREIRA, 2002).

Paralelamente, para Ausubel (2003) o conhecimento prévio é o principal fator, isolado, que influencia a aquisição de novos conhecimentos, uma vez que a aprendizagem significativa se configura pela interação entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio. Salienta-se ainda que a estrutura cognitiva representa um dos fatores fundamentais que influencia a aprendizagem significativa porque ela é responsável pela aquisição, retenção e transformação dos novos significados.

A estrutura cognitiva compreende um conjunto organizado de fatos, conceitos e generalizações que o indivíduo já aprendeu (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977). Sua organização tende a ser de forma hierárquica, onde os conhecimentos com maior poder de generalização ficam no topo da hierarquia e abrangem os com menor poder de generalização.

Sendo assim, a organização das atividades de ensino deve levar em conta, dois aspectos:

- a) Diferenciação progressiva em que as ideias mais gerais e inclusivas da disciplina devem ser apresentadas primeiro, com detalhes e diferenciações entre elas;
- b) Reconciliação integradora em que a organização deve explorar as diversas relações entre os conceitos, ideias e proposições destacando semelhanças e esclarecendo inconsistências.

Dentro do campo conceitual das estruturas aditivas³, Vergnaud (2014) identificou seis categorias distintas de situações, em graus crescentes de complexidade: composição de medidas; transformação de uma medida; comparação de medidas; composição de transformações; transformação de uma relação e composição de relações. Tais situações envolvem relações formadas exclusivamente por adições e subtrações, mas com diferentes níveis de dificuldades e raciocínios exigidos.

Os problemas de composição estão relacionados a situações que compreendem a junção das partes para obtenção do todo, ou a retirada de uma das partes para encontrar a outra.

Já nos problemas de transformação, tem-se uma quantidade inicial, que sofre uma

³ Estruturas aditivas são as estruturas em que as relações em jogo são formadas exclusivamente por adições ou subtrações (VERGNAUD, 2014, p. 197).

transformação (para mais ou para menos), para chegar a um estado final desconhecido.

Finalmente nos problemas de comparação têm-se situações de comparação entre duas quantidades.

À medida em que os estudantes são expostos a uma variedade de situações, eles vão adquirindo o progressivo domínio do campo conceitual aditivo. Logo, para que ocorra a compreensão de um conceito de forma significativa na TCC, são necessárias situações variadas, um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) e um conjunto de representações simbólicas, além de um longo período de tempo para que o estudante possa adquirir o domínio. Da mesma forma que na TAS, as experiências anteriores trazidas pelos estudantes atreladas ao material potencialmente significativo e ao conhecimento prévio são fundamentais para que a ancoragem dos novos conteúdos ocorra de forma efetiva e duradoura e facilite sua aplicação em atividades mais complexas.

Ainda de acordo com Ausubel, a aprendizagem é, em parte, consequência da estratégia de ensino adotada pelo professor, mas ela também envolve outros fatores, alguns específicos de cada estudante, como por exemplo, os motivacionais. Contudo, não basta o estudante estar fortemente motivado pela matéria de ensino se não apresentar em sua estrutura cognitiva conhecimentos prévios específicos, denominados por Ausubel (2003), de conceitos subsunçores, para a aprendizagem do novo conceito.

Quando um novo conteúdo a ser aprendido não consegue se ligar a algo já conhecido na estrutura cognitiva do estudante, ocorre a aprendizagem mecânica, isto é, as novas informações são aprendidas sem interagir com conceitos relevantes já existentes (por meio da memorização). Se o material instrucional apresentar potencial lógico para o estudante, tal aprendizagem mecânica será decorrente de um dos dois fatores: ou o estudante não apresenta os conhecimentos específicos na estrutura cognitiva, ou não está motivado para a nova aprendizagem de forma significativa.

No primeiro caso, em que o estudante não possui os conceitos subsunçores, Ausubel *et al.* (1980) sugerem a organização e aplicação de organizadores prévios cuja função seria realizar a ponte entre o que o aprendiz já conhece e o que precisa conhecer antes de poder aprender significativamente o novo conhecimento.

Moreira e Masini (1982) esclarecem que tais organizadores são destinados a facilitar a aprendizagem significativa e se constituem de um material introdutório apresentado antes do material a ser aprendido, porém em nível mais alto de generalidade, inclusividade e abstração que o material em si e, explicitamente, relacionado às ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva e à tarefa de aprendizagem.

A aprendizagem significativa apresenta vantagens sobre a aprendizagem mecânica, tanto do ponto de vista do enriquecimento da estrutura cognitiva dos estudantes, como do ponto de vista da retenção e utilização em novas aprendizagens. Contudo, devido ao esforço necessário para que ocorra a aprendizagem mecânica ser bem menor, pois esse tipo de aprendizagem se dá pela incorporação literal e não substantiva das novas informações, ela é muito utilizada pelos estudantes quando se preparam para as provas escolares.

As aprendizagens significativas e por memorização, entretanto, não são dicotômicas (AUSUBEL, 2003): muitas vezes o estudante aprende de forma mecânica a matéria de ensino e, só após a passagem por outras experiências que requerem retomar o conteúdo, ele atribui significados psicológicos aos conceitos relacionados. Por outro lado, o estudante pode apresentar evidências imediatas de aprendizagem significativa com o novo conhecimento e, sentir necessidade de mecanizar para facilitar o resgate cognitivo da informação.

É importante destacar, ainda, que de acordo com Ausubel, a aprendizagem significativa pode ocorrer por meio da descoberta - quando os novos conteúdos são recebidos pelo estudante de modo não completamente acabado, necessitando de uma atitude proativa do mesmo antes de assimilá-los - ou por meio da recepção - quando os novos conteúdos são dados em sua forma final para os estudantes. Da mesma forma, a aprendizagem mecânica também pode se dar por descoberta - quando se chega à solução independentemente, mas ela é memorizada - ou, por recepção - quando o material de qualquer tipo é apresentado em sua forma final e memorizado.

Metodologia

Trata-se de um estudo em que foram analisados os protocolos de três estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de período integral, do interior do Estado de São Paulo, sendo um de cada ano de escolaridade, respectivamente, 3º, 4º e 5º ano, à luz de alguns elementos da TAS, a saber: envolvimento na atividade, elaboração de estratégias próprias, compreensão conceitual e compreensão/construção de representações múltiplas.

Os três estudantes responderam a um questionário de caracterização e resolveram uma mesma lista contendo seis problemas de estrutura aditiva. Tais estudantes foram selecionados para o estudo porque foram os que apresentaram o menor desempenho na lista de problemas. A aplicação foi feita por uma das pesquisadoras durante o horário de uma das atividades extraclasse. Num segundo momento, os estudantes, individualmente, relataram

verbalmente para a pesquisadora sobre a solução apresentada em cada um dos problemas.

Os relatos partiram do seguinte questionamento: “Como você pensou para resolver este problema?” A partir da descrição, feita pelo próprio estudante, foi possível identificar as estratégias, procedimentos, assim como as relações estabelecidas pelo sujeito para a obtenção da solução. As entrevistas foram gravadas e transcritas.

Os problemas compreenderam as seis categorias de relações ternárias fundamentais propostas por Vergnaud (2014), como se observa no Quadro 1.

Quadro 1: Problemas de estrutura aditiva propostos para os estudantes

Identificação	Problemas	Categorias
P1	A coleção de Marcelo tem 6 tampinhas azuis e 8 tampinhas verdes. Quantas tampinhas ele tem ao todo?	Composição de medidas
P2	Gabriel tinha 9 cartinhas antes de jogar, perdeu 4 cartinhas. Quantas cartinhas ele tem agora?	Transformação de uma medida
P3	Maria tem 8 bonecas, Laura tem 5 bonecas a menos que Maria. Quantas bonecas Laura têm?	Comparação
P4	Bruno jogou 2 partidas de bolinha de gude. Na primeira partida ele ganhou 16 bolinhas. Na segunda partida perdeu 9. Ao final, o que aconteceu?	Composição de transformações
P5	Ryan devia 12 cartinhas para Henrique. Ele devolveu 7. Quantas cartinhas ele ainda deve para Henrique?	Transformação de uma relação
P6	Isabele deve 8 figurinhas à Giovana, mas Giovana lhe deve 5. Então qual é a quantidade de figurinhas que Isabele deve à Giovana?	Composição de relações

Fonte: Elaboração própria, baseada em Vergnaud (2014).

Os protocolos das transcrições foram analisados a partir de algumas das categorias elaboradas por Borssoi e Almeida (2004), a saber:

Envolvimento na atividade – pode indicar se havia predisposição do estudante para aprender significativamente. De acordo com Ausubel *et al.* (1980), para que a aprendizagem significativa ocorra, o aprendiz deve querer aprender;

Elaboração de estratégias próprias – pode indicar se a aprendizagem foi significativa para o estudante. Problemas que propiciem ao estudante um contexto real podem motivá-lo a esquematizar estratégias que o levem a aquisição do conhecimento de maneira significativa (AUSUBEL *et al.*, 1980; VERGNAUD, 2014);

Compreensão conceitual – requer a interação entre a nova informação e a estrutura cognitiva do indivíduo (AUSUBEL *et al.*, 1980), o que remete aos conhecimentos prévios e influencia a capacidade do estudante para esquematizar estratégias (VERGNAUD, 2014), tomar decisões e ser bem-sucedido na solução do problema.

Construção e manipulação de representações múltiplas – pode evidenciar o relacionamento não aleatório e substancial do conhecimento com a estrutura cognitiva.

Apresentação e Discussão dos Dados

Inicialmente, apresentamos o perfil dos estudantes, seguido de extratos dos protocolos que exemplificam cada uma das categorias.

E1, gênero masculino, 8 anos de idade, estudante do 3º ano, recebia ajuda do tio para fazer as tarefas de matemática. Sempre estudava matemática e, na maioria das vezes, entendia.

E2, gênero feminino, estudante do 4º ano, 10 anos de idade, recebia ajuda da mãe nas tarefas. Estudava matemática somente na véspera da prova, quase sempre entendia.

E3, gênero masculino, 14 anos de idade, estudante do 5º ano, já havia reprovado o 4º ano, ainda que tenha afirmado que sempre entendia os problemas dados em sala de aula.

O envolvimento nas atividades

Pela análise dos protocolos, foi possível observar que o sujeito E1 não apresentou envolvimento com a atividade em relação ao problema 6. Durante a solução do problema, E1, a princípio, defende a resposta 9 e, quando a pesquisadora faz a releitura do problema, o estudante altera sua resposta para 8. No entanto, não conseguindo justificar a sua resposta, decide por encerrar o diálogo.

P: Por que você acredita que seja 8? Como você fez para chegar nesta resposta?

E1: Nos dedos. Eu contei nos dedos.

P: Nos dedos. Como você contou nos dedos? Você consegue me mostrar?

Neste momento o estudante inicia a contagem nos dedos de 1 a 9.

P: Gostaria de acrescentar alguma coisa, ou tentar explicar melhor.

E1: Não.

Nesse contexto, acreditamos que o envolvimento na atividade pode ter sido influenciado pela falta de compreensão do enunciado do problema pelo estudante. O mesmo deveria ter reconhecido que o problema tem duas relações estáticas: “deve 8” e “lhe deve 5” (no sentido de ter em haver) e a terceira que é caracterizada por “deve?” será decorrente da composição das duas primeiras e, efetuado a operação $8 - 5 = 3$. O estudante percebe que sua resposta inicial está incorreta, mas não demonstra interesse em tentar outra solução.

A elaboração de estratégias próprias

Durante a solução do P4 que consiste na composição de duas transformações, uma positiva (ganhou 16) e a outra negativa (perdeu 9), e se procura uma terceira (ganhou 7), a estudante E2 descreveu com muita clareza a estratégia por ela utilizada e pela análise da descrição fica evidenciada a compreensão da situação proposta e a estratégia utilizada, que consistiu em partir do maior valor e retirar nos dedos as bolinhas perdidas.

P: Como você pensou?

E2: Eu contei na mão.

P: Você entendeu a pergunta?

E2: Tá perguntando quantas bolinhas ele tem no final do jogo?

P: E quantas bolinhas ele tem no final do jogo?

E2: Sete.

P: Qual foi a sua estratégia? Como você pensou para chegar nesse resultado sete?

E2: Eu pensei assim. Contar dezesseis na mão e depois ele perdeu 9. E no final deu sete.

Destacamos que é papel da escola o ensino do saber sistematizado, contudo, há de se considerar a importância das estratégias próprias do estudante, pois elas apontam indícios de aprendizagem significativa. Ressaltamos, ainda, que, se tratando da solução de problemas, não há uma única estratégia ideal que conduza à solução de todos os problemas.

Ainda em relação à elaboração de estratégias próprias, destacamos dois trechos, respectivamente, dos sujeitos E1 e E2 que elucidam a má compreensão da estratégia empregada por eles, que resultou na resposta incorreta.

E1 tentou realizar o cálculo “16 - 9” adicionando um número para obter um múltiplo de 10 no subtraendo. No caso, $16 - (9+1)$. Dessa forma, o resultado obtido tem uma unidade a menos do que deveria ter, porque foi retirada uma unidade a mais no subtraendo. Logo, a resposta final deve ter a compensação de uma unidade: 6 (de $16-10$) + 1 (da unidade que foi retirada a mais), perfazendo 7 . No entanto, vejamos como o estudante procedeu:

P: E que cálculo que você fez? Qual a estratégia que você usou para descobrir que ao final ele ganhou 5?

E1: Eu li e fui contando na cabeça e no dedo.

P: Você consegue explicar como você contou na cabeça e nos dedos?

E1: Eu fiz assim: ponhei (sic) 16 tampinhas, não...não... foi bolinhas na cabeça e aí fui lá e tirei 9. Aí fui lá e ponhei 9 nas mãos, e aí ponhei 1 e ficou 10.

P: Então você colocou 16 bolinhas na cabeça?

E1: Aí depois eu tirei e ficou 5.

Acreditamos que, com o objetivo de facilitar o cálculo a ser efetuado, o estudante teria feito $16-10$, cujo resultado seria 6 e a este total ao invés de acrescentar 1 e obter a resposta 7 , ele subtraiu 1 e obteve como resposta 5 .

Observamos que E2 faz uso de um procedimento similar no P2, em que se conhece o estado inicial (tem 9) e a transformação (perdeu 4) e evidencia a mesma incompreensão de E1. O cálculo a ser executado era '9-4'. E2 tentou adicionar uma unidade no minuendo para obter um múltiplo de dez: $(9+1) - 4$ e deveria identificar que o resultado obtido, 6, tem uma unidade a mais, logo deveria subtraí-la do resultado, obtendo 5. No entanto, durante a entrevista, por diversas vezes, a estudante ajusta o resultado para seis, ou seja, acrescenta mais um ao resultado.

E2: Eu coloquei 9 (utiliza os dedos da mão). E "tá" falando que ele perdeu 4. Tinha 9 ele perdeu 4 cartinhas (nisso abaixa quatro dedos). [olha confusa que restaram 5 dedos levantados e daí fala]. Aí depois ele ganhou uma cartinha (fica com os dedos levantados e relendo o problema) e ficou com 6.

P: O que aconteceu que você colocou 6?

E2: Eu pensei assim... eu não tinha entendido a pergunta. Daí eu pensei que era 9. Ele perdeu 4, ficou 5. Aí ele ganhou mais 1.

Nossa hipótese é a de que os estudantes E1 e E2 ainda não compreenderam esta estratégia de cálculo mental, que acabou funcionando como um conhecimento prévio impeditivo (MOREIRA, 2002): eles procedem adequadamente a aproximação para um múltiplo de 10 no minuendo ou no subtraendo, entretanto não conseguem fazer a compensação adequada na resposta, parecendo indicar que esta aprendizagem não foi significativa, ao contrário o uso da estratégia do cálculo mental foi um obstáculo no processo da solução do problema. Destacamos a importância de os estudantes serem incentivados a fazerem uso de diferentes invariantes e representações para uma mesma situação problema. Representar a situação com desenhos, ou contar nos dedos poderia ter possibilitado perceber o erro cometido na estratégia de aproximação.

A este respeito, Ausubel *et al.* (1980) destacaram a importância do uso dos organizadores prévios, quando o sujeito não dispõe de "subsunçores" que ancorem as novas aprendizagens. Ou seja, neste caso seria indispensável o professor utilizar-se de esquemas, desenhos e outros instrumentos que elucidassem de forma mais clara os processos para a execução desta estratégia.

A construção e manipulação de representações múltiplas

A análise do protocolo do primeiro problema do sujeito E1 evidencia uma aprendizagem significativa neste tipo de problema, em que se conhece as duas partes e se deseja encontrar o todo, uma vez que o sujeito estabelece um relacionamento não-arbitrário e

substantivo do conhecimento com a sua estrutura cognitiva: ele parte do primeiro valor e acrescenta mentalmente o segundo valor, conforme segue:

P: Como você pensou?

E1: Eu ponhei (sic) um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete e oito, pus oito “pauzinhos”, daí ponhei catorze.

P: E como você chegou no catorze?

E1: Eu coloquei oito pauzinhos aqui.

E1: [...] porque tinha oito tampinhas verdes. Daí eu juntei e achei o total.

P: então você pegou oito pauzinhos e você juntou com quantos para dar 14?

E1: Com seis.

P: E o seis, você não precisou fazer pauzinhos?

E1: Eu fui lá e contei na cabeça.

Verificamos que o estudante, durante o processo de solução do problema proposto, recorre a representação pictórica (pauzinhos), além de utilizar os dedos, ou seja, ora o objeto “tampinhas” fora representado por “pauzinhos”, ora pelos “dedos”. Pelas suas respostas, podemos perceber que o estudante compreende estas representações de forma muito clara.

Acrescentamos, ainda, um extrato do protocolo do sujeito E3 do problema P6, que, após demonstrar ter compreendido a ideia central do problema proposto, falha na execução do cálculo, e demonstra não dispor de outras representações para confrontar suas hipóteses.

P: Por que você acha que a resposta não é 13?

E3: Porque aqui eu tô vendo que ela deve, então é menos (o estudante demonstra insegurança).

P: Então você faria o que menos o que?

E3: Eu faria 8 menos 5.

P: E qual resposta que você teria?

Neste momento da entrevista, o estudante fica muito pensativo e a pesquisadora oferece uma folha para que possa refazer seus cálculos, ou mesmo esboçar suas estratégias. O sujeito anota na folha 13.

P: $8-5=13$?

E3: não.

P: Se você tem 8 e tira 5 com quantos você fica?

E3: Fica com 2.

P: Como você fez para chegar no 2?

E3: Se tem 8 e tira 5 (neste momento realiza os cálculos nos dedos, fica muito pensativo e ao final não consegue explicar usando esta estratégia como obteve o resultado 2).

P: Mas você chegou na resposta 2.

E3: Sim (sinaliza com a cabeça).

P: Então você mudaria? Ou ficaria com esta resposta?

E3: Fico com a resposta 2.

O problema (P6) pertence à categoria composição de relações, uma categoria muito pouco trabalhada em sala de aula, segundo Santana *et al.* (2009). Desta forma, esperávamos que os estudantes de um modo geral poderiam apresentar dificuldades na compreensão do

cálculo relacional exigido na solução do problema. A “palavra-chave está presente nas três relações propostas, a saber: “deve 8” como primeira relação, “lhe deve 5” (no sentido de ter em haver 5) e “deve?”, que caracteriza o quanto ainda deve. E3 consegue relacionar o termo ‘deve’ com a operação de subtração, ainda que não tenha feito isso logo de início. Entretanto, apesar de estar no 5º ano, E3 não demonstrou capacidade de executar uma estratégia bem-sucedida como, por exemplo, o estudante do 3º ano (E1).

A Compreensão conceitual

Pela análise dos protocolos evidenciamos que os três estudantes não demonstraram compreensão conceitual em diversos problemas. Para exemplificar este aspecto, a seguir apresentamos os excertos dos três ao comentarem suas resoluções do P3, em que devem ser comparadas duas quantidades. Os estudantes deveriam “subtrair 5 de 8”, uma vez que a solução poderia ser obtida a partir do valor conhecido 8.

E1: 8.

P: Por que você respondeu que ela tem 8?

E1: Eu não entendi essa.

E1 simplesmente repete um dos números que aparece no enunciado.

E2: 5.

P: Como chegou nessa resposta?

E2: Porque tem algumas perguntas que a resposta já está na pergunta.

O estudante se fixa na informação de parte da frase: Laura tem 5 bonecas, desconsiderando o restante, ‘a menos que Maria’.

E3: Ela tem cinco bonecas.

P: E por que a princípio você colocou 13, o que você pensou? Você deixou até aqui registrado $8+5$. Você manteria essa adição, ou mudaria alguma coisa, faria outra estratégia? Porque você disse que a Laura tem cinco bonecas. Então, hoje você responderia cinco?

E3: Eu responderia cinco, porque agora eu entendi, nas outras vezes eu não havia entendido.

Podemos perceber que os três sujeitos não evidenciaram a compreensão do enunciado e não identificaram a relação entre os dados do problema, que são elementos fundamentais para a compreensão conceitual exigida para a solução do problema.

As seis categorias de situações do campo aditivo propostas por Vergnaud (2014) permitem que o professor trabalhe com os estudantes tanto problemas em que nos enunciados aparecem palavras com o sentido de “perda” e se resolvem com adições, quanto problemas

em que aparecem palavras com sentido de “ganho” e se resolvem com subtrações.

Segundo Moreira (2002) ao nos depararmos com um novo problema elaboramos um modelo mental que pode ser correto ou não para descrevê-lo e criamos estratégias para resolvê-lo. Entretanto o autor destaca que “há importantes lacunas entre o que está representado na mente de um indivíduo e o significado usual das palavras” (p.24).

A este respeito, Nunes *et al.* (2009) destacaram que a dificuldade dos estudantes concentra-se em quantificar a comparação, uma vez que, nos problemas comparativos, não ocorrem mudanças nas quantidades, os estudantes não conseguem raciocinar de imediato sobre as relações quantitativas envolvidas no problema.

Nesta perspectiva, Ausubel *et al.* (1980) descreveram a importância do material de ensino ser potencialmente significativo, ou seja, é indispensável que as situações do campo aditivo apresentadas aos estudantes sejam ricas e diversificadas, como proposto por Vergnaud (2014), que não se limitem a uma lista prototípica arbitrária com um mesmo tipo de cálculo relacional como identificado por Etcheverria *et al.* (2015), a fim de que o conceito seja compreendido, e não apenas memorizado.

Considerações Finais

A TAS tem se mostrado uma corrente pedagógica importante e essencial para que o estudante, num contexto proativo na construção dos seus conhecimentos, tenha o ganho cognitivo desejado por nós educadores e pela sociedade, devendo, portanto, ser uma teoria considerada no processo de educação. Ela se ocupa da aquisição de conceitos explícitos e formalizados, chegando a propor princípios programáticos para a organização do ensino: diferenciação progressiva, reconciliação integrativa, organização sequencial (em tópicos ou unidades coerentes com os dois princípios anteriores) e consolidação (daquilo que está sendo estudado, antes de introduzir novos materiais de ensino, a fim de majorar as chances de sucesso na aprendizagem organizada sequencialmente).

A tendência predominante na organização do ensino, segundo Vergnaud (1986) é ensinar maneiras de realizar o algoritmo utilizando classes de problemas limitadas, quando o necessário seria descobrir as relações por meio dos procedimentos: explorar, hipotetizar e verificar.

Consideramos que a TAS é complementada pela TCC que não é uma teoria de ensino de conceitos explícitos e formalizados, embora tenha subjacente a ideia de que os conhecimentos-em-ação (largamente implícitos) podem evoluir, ao longo do tempo, para

conhecimentos científicos (explícitos).

Acreditamos que se o professor se orientar pelos princípios programáticos para a organização do ensino preconizados pela TAS e o oferecimento da variedade de situações de que fala a TCC, conseguirá desenvolver os invariantes operatórios dos estudantes e as múltiplas representações dos conceitos, potencializando aprendizagens significativas aos seus estudantes.

A proposta de ensino por meio da solução de problemas pode ser considerada um meio para promover a aprendizagem significativa, como destacado por Vergnaud (2014), Santos e Silva (2015), pois mobiliza uma série de processos cognitivos do estudante: reflexão, elaboração de estratégias, análise e monitoramento.

A análise dos protocolos dos estudantes, não conseguiu encontrar evidências de aprendizagem significativa no domínio do campo conceitual aditivo. Observou-se que mesmo sendo oriundos de anos escolares diferentes, os estudantes apresentaram dificuldades semelhantes, parecendo que o tempo a mais de escolaridade não propiciou que as situações de aprendizagem fossem ampliadas, o que parece corroborar com os estudos de Mendonça *et al.* (2007) e Etcheverria *et al.* (2015) ao identificarem que com o avanço na escolaridade o que muda é a ordem das grandezas envolvidas nos problemas do campo aditivo e não o raciocínio ou tipo de cálculo relacional envolvido nas situações. Os livros didáticos e os professores não diversificam os tipos de situações como proposto por Vergnaud.

A ausência do trabalho com a diversidade de situações não possibilita que os estudantes construam os invariantes operatórios adequados de que fala Vergnaud ou os conceitos subsunçores de que fala Ausubel para lidar com a variedade de problemas de estrutura aditiva.

Por fim, podem ainda, terem sido vários os aspectos que contribuíram para o resultado do presente estudo: ausência dos conceitos subsunçores necessários para a aprendizagem; má interpretação das situações propostas; incapacidade de adotar esquemas (representações) adequados, não motivação para a aprendizagem significativa, dentre outros.

São condições necessárias, mas não suficientes para que o aprendiz aprenda, a predisposição para aprender e os materiais educativos serem potencialmente significativos. Contudo, é preciso levar em conta que a aprendizagem não pode ser pensada isoladamente de outros aspectos do fenômeno educativo como o currículo, o ensino e o meio social.

No tocante às proposições de Ausubel, consideramos que devemos evoluir das práticas de transmissão de informações e utilização mecânica da memória para práticas que privilegiem a construção dos conhecimentos e o desenvolvimento de atitudes e habilidades

para solucionar problemas, considerando os conhecimentos prévios e as experiências culturais e de vida de nossos estudantes, sem esquecer que a aprendizagem de um conceito é um processo longo de idas e vindas, de filiações e rupturas, de reinvestimento ao longo dos anos de ensino, como afirmado por Vergnaud (2011).

Referências

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva.** Lisboa: Plátano, 2003.

_____.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional.** Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L.M.W. Modelagem matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de Equações Diferenciais Ordinárias. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.6, n.2, p. 91-121, 2004.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2017.

BRITO, M. R. F. **Solução de problemas e a matemática escolar.** Campinas: Alínea, 2006.

COSTA, S. S. C.; MOREIRA, M. A. A resolução de problemas como um tipo especial de aprendizagem significativa. **Cad. Cat. Ens. Física**, v. 18, n.3, p. 263-277, 2001.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática.** São Paulo: Ática, 2005.

ETCHEVERRIA, T. C.; CAMPOS, T. M. M.; SILVA, A.F. G. Campo Conceitual Aditivo: um estudo com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 1181-1200, dez/2015.

GABRIEL, E.C.C. **Um estudo sobre as dificuldades apresentadas por alunos do 3º ao 5º ano do ensino fundamental nas etapas de solução de problemas de estrutura aditiva.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

KLAUSMEIER, H. J.; GOODWIN, W. **Aprendizagem e capacidades humanas.** São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1977.

KRUTETSKII, V. A. **Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren.** Traduzido por Joan Teller. Chicago: University Press, 1976.

LOOS-SANT'ANA, H.; BRITO, M. R. F.. Atitude e Desempenho em Matemática, Crenças Autorreferenciadas e Família: uma path-analysis. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 58, p. 590-

613, Ago/ 2017.

MENDONÇA, T.M.; PINTO, S.M.; CAZORLA, I.M.; RIBEIRO, E. As estruturas aditivas nas séries iniciais do ensino fundamental: um estudo diagnóstico em contextos diferentes. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, México, v.10, n.2, p.219-239. 2007.

MOREIRA, M. A. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de Ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E.F.S. **Aprendizagem significativa**. a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

NUNES, T.; CAMPOS, T.M.M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação Matemática: números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2009.

RODRIGUES, P. F. C.; GOMES, L. L.; SANTOS, C. F. S. ABREU, L. A. F. O ensino de função afim por meio da resolução de problemas na Educação de jovens e adultos. **Educação Matemática em Revista - RS**, v. 2, n. 20, p. 41-48, 2019.

SANTANA, E.R.S.; CAZORLA, I.M.; OLIVEIRA, A.M. Uma análise do domínio das estruturas aditivas com estudantes da 5ª série do ensino fundamental. **Educação Matemática em Revista**, v.2, n.10, p.29-39. 2009.

SANTOS, C. M.; SILVA, K. R. X. Ensino e aprendizagem na resolução de problemas: aprender a aprender. **Revista UNIABEU**, Belford Roxo, v. 8, n. 30, p. 382- 397, 2015.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Pedagógica**. v. 1, p.75-90, 1986.

VERGNAUD, G. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. *Educar em Revista*, Curitiba, n. especial. p. 15-27, aug. 2011.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2014.

Recebido em: 14 de julho de 2020
Aprovado em: 05 de outubro de 2020