

## MANIFESTAÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO EM RESOLUÇÕES DE TAREFAS POR ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL I

Daniele Peres da Silva\*  
Angela Marta Pereira das Dores Savioli\*\*

### Resumo

Este artigo apresenta um estudo a respeito da manifestação do pensamento algébrico elementar realizado em uma escola pública municipal de Apucarana - PR. Para tanto, assumimos a *Early Algebra* como área de pesquisa e tivemos como objetivo identificar, analisar e discutir características do pensamento algébrico elementar nas produções escritas de oito tarefas da *Early Algebra* aplicadas a estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental I. Concluímos, a partir das respostas, indagações e afirmações dos estudantes durante a aplicação das tarefas, que houve manifestação de pensamento algébrico elementar, pois os estudantes notaram e ousaram exprimir operações aritméticas das tarefas, bem como, expuseram seus pensamentos, mostrando que, mesmo não tendo habilidades com uma linguagem simbólica algébrica, têm condições de trabalhar aspectos relacionados ao pensamento algébrico elementar. Além disso, construímos, com base nas resoluções das tarefas propostas pelos estudantes, cinco categorias que refletem as características do pensamento algébrico elementar apresentadas: estabelecimento de relações/comparações entre as informações da tarefa; utilização de diferentes notações/representações; generalização; compreensão de propriedades matemáticas importantes e regularidades.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Pensamento Algébrico Elementar. *Early Algebra*. Anos Iniciais.

## MANIFESTATION OF ALGEBRAIC THINKING ON RESOLUTIONS OF TASKS FOR STUDENTS OF ELEMENTARY EDUCATION I

### Abstract

This article presents a study about manifestation of elementary algebraic thinking done in a public municipal school from Apucarana, PR, Brazil. Then, we focused in *Early Algebra* as the area of research and our main goal was identify, analyze and discuss characteristics of elementary algebraic thinking in records writings of eight tasks of *Early Algebra* applied to students of fifth year of basic school I. Our conclusion regarding to the answers, questions and statements of students during the practice of tasks that there manifestation of elementary algebraic thinking because the students noticed and dared to express some arithmetic operation of tasks and exposed their thinking showing that even if they had not had skills as a algebraic symbolic language they had shown conditions to work some aspects in relation to elementary algebraic thinking. Addition, we constructed, based on the resolutions of the students of proposed tasks, five categories that reflect the characteristics of elementary algebraic thinking presented: the constitution of relations/comparison between the information of task; using of different notation/representation; generalization; comprehension of important math properties and regularities.

**Keywords:** Mathematics Education. Elementary Algebraic Thinking. *Early Algebra*. Early Years.

## **Introdução**

Os processos de ensino e aprendizagem da álgebra são temas de destaque em pesquisas do Brasil e do exterior (KIERAN, 1992; COXFORD, 1995; CAPRARO; CHAVEZ; CAPRARO, 2008; BLANTON; KAPUT, 2005, entre outros). No decorrer da história do ensino da Matemática, a Álgebra tem sido alvo de preocupações tanto para pesquisadores, como também para professores, uma vez que ao longo de sua trajetória, encontramos modificações nas formas de ensiná-la, nas quais se manifestaram concepções de álgebra e de Educação Algébrica que influenciaram seu desenvolvimento histórico (FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1993; LINS; GIMENEZ, 1997).

Da mesma forma, outro assunto que tem proporcionado discussão entre pesquisadores matemáticos é saber em que momento da escolaridade deve-se introduzir o pensamento algébrico. Araújo (1999) ressalta a respeito da possibilidade de iniciar a educação algébrica desde os anos iniciais, afirmando que talvez fosse conveniente desenvolver com os estudantes dos anos iniciais a conexão da aritmética com a álgebra (CARPENTER; FRANKE; LEVI, 2003; SCHLIEMANN; CARRAHER; BRIZUELA, 2006; BLANTON; KAPUT, 2005).

Neste artigo refletimos a respeito desses questionamentos, tendo como foco de estudo a manifestação do pensamento algébrico, de modo que o objetivo consiste em identificar, analisar e discutir características do pensamento algébrico nas resoluções de estudantes do Ensino Fundamental I de oito tarefas.

Desta forma, realizamos uma análise investigativa fundamentada, sobretudo, nos referenciais da *Early Algebra*, sendo essa uma área de pesquisa que desenvolve investigações ligadas à Educação Algébrica Inicial, a qual retomaremos nas sessões que compõe este trabalho.

## **Pensamento Algébrico Elementar – *Early Algebra***

Uma discussão presente entre pesquisadores do campo de Educação Matemática é saber em que etapa escolar iniciar o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Em nossa investigação, adotamos a *Early Algebra* por ser uma área de pesquisa que aponta um enfoque para o ensino e aprendizagem da álgebra inicial, bem como, investiga o que funciona e o que não funciona em uma educação algébrica elementar. Além de ser uma área de pesquisa, o termo *Early Algebra* nomeia um projeto instituído em 1998, em que educadores matemáticos e psicólogos desenvolveram um trabalho colaborativo juntamente com professores e estudantes em escolas de Boston. Um dos objetivos deste trabalho é o desenvolvimento de pesquisas referentes ao pensamento algébrico, uma vez que esses educadores recomendam a necessidade de introduzir este pensamento desde os anos iniciais.

Cabe enfatizar que trabalhar com álgebra nos anos iniciais não implica introduzir a notação convencional, como por exemplo, é trabalhada no sétimo ano. Mas, pelo contrário, trabalhar com a álgebra nos anos iniciais é suscitar uma abordagem em sala de aula, na qual os estudantes tenham oportunidades de refletirem e construïrem significados para relações matemáticas e conceitos algébricos, utilizando suas representações intuitivas de modo que aos poucos vão aprendendo a estabelecer representações convencionais, bem como a formular generalizações fazendo uso da notação algébrica (CARRAHER; MARTINEZ; SCHLIEMANN, 2008, p.5). Portanto, referimo-nos a introdução do pensamento algébrico nos anos iniciais como um “meio de lidar com generalizações e modos de pensar os quais permitam que resultados devam ser expressos em uma variedade de formas de problemas” (BOOKER, 2009, p.11, tradução nossa),

Mediante investigações, vários pesquisadores da área relatam ser importante e necessário iniciar o pensamento algébrico desde os anos iniciais, assim como a relação da aritmética com a álgebra nos primeiros ciclos escolares, tendo em vista que o pensamento algébrico pode ser desenvolvido antes de o estudante apresentar uma linguagem simbólica algébrica.

Nesse contexto, crianças dos anos iniciais seriam capazes de lidar e utilizar notação algébrica, como afirmam Carpenter, Franke e Levi (2003), destacando a importância da integração da aritmética com a álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Dessa forma, esse pensamento nos primeiros anos

[...] envolve o desenvolvimento de formas de pensar em atividades para as quais a álgebra sincopada pode ser usada como uma ferramenta, mas que não é exclusiva da álgebra e poderia ser envolvida sem o uso de símbolos, tal como, analisar relações entre quantidades, perceber mudanças, observar estruturas, resolver problemas, generalizar, modelar, justificar, provar e prever (KIERAN, 2004, p.12, tradução nossa).

A integração da álgebra no currículo de matemática elementar justifica-se uma vez que tem a capacidade de provocar experiências essenciais na construção do pensamento, bem como, habilidades, compreensão das relações entre os números, medidas, etc., ou seja, promover um ambiente no qual o estudante possa pensar, por exemplo, nas estruturas aritméticas, e consiga relacionar que em uma adição “ $45 + 12$ ” vale a equivalência “ $47 + 10$ ”, indicando uma ideia de generalização. Sendo assim, concordamos que a matemática elementar necessita ter como parte integrante conceitos e notações algébricas, uma vez que a compreensão desses conceitos e notações é um processo de construção, a qual evolui com o passar dos anos. Portanto, não faz sentido esperarmos até por volta do sétimo ano (em que comumente são introduzidos conceitos e notações algébricas) para intervir em sua evolução (CARRAHER; SCHLIEMANN; BRIZUELA, 2001).

### **Caracterizações para o pensamento algébrico**

Para o termo “pensamento algébrico” não há ao certo uma definição ou então um ponto de vista assumido entre a comunidade de educadores matemáticos, uma vez que esse pensamento está associado a diversas conotações (KIERAN, 2004). Em busca de defini-lo, vários pesquisadores da área de Educação Matemática vêm se debruçando na ampliação de pesquisas referentes ao pensamento algébrico, bem como, sobre sua natureza, em que fase escolar se inicia esse pensamento, como desenvolvê-lo, entre outras questões.

No entanto, apesar de não haver um consenso para a definição do que seja “pensar algebricamente” (LINS; GIMENEZ, 1997), a fim de estabelecer uma acepção para esse pensamento, autores do campo de Educação Matemática trazem elementos que o caracterizam

(KIERAN, 2004). Dentre os pesquisadores dessa área, destacamos Kieran (1996, 2004); Carraher, *et al.* (2006); Fiorentini, Miorin e Miguel (1993); Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005); Lins e Gimenez (1997); Blanton (2007) e Kaput (1999). Neste artigo, não temos como intenção discutir as diferentes caracterizações dos autores mencionados. Contudo, a fim de responder a questão que norteou esta investigação (que características de pensamento algébrico são manifestadas por estudantes do Ensino Fundamental I na resolução de tarefas da *Early Algebra?*), apresentaremos a seguir uma caracterização que construímos para o pensamento algébrico, a qual é baseada nas diferentes perspectivas dos autores apresentados.

Assim, nas análises dos registros escritos dos estudantes, consideramos que esse pensamento:

**Quadro 1** - Caracterização para o pensamento algébrico baseado na literatura estudada.

não envolve necessariamente uma simbologia algébrica, de modo que pode ser desenvolvido em qualquer etapa escolar, ou seja, não tem como pré-requisito que o estudante apresente uma linguagem simbólica algébrica;
está presente em todos os campos da Matemática, como na álgebra, geometria, aritmética;
é algo interno ao estudante, de modo que não há uma relação de dependência com a tarefa proposta;
é um modo de pensar que envolve a construção da aprendizagem na medida em que o estudante vai produzindo relações e atribuindo significados para os conceitos a partir do que ele já sabe, ou seja, de seus conhecimentos prévios;
enfim, esse pensamento envolve: formulação de conjecturas; estabelecimento de relações; utilização de diferentes notações para uma mesma tarefa; estabelecimento de regularidades; algum processo de generalização; compreensão de propriedades matemáticas importantes, como a comutatividade na adição; agrupamento, classificação, ordenação, justificação e validação de ideias; etc..

**Fonte:** das autoras

Com essa caracterização temos mais uma vez a intenção de ressaltar que é possível desenvolver o pensamento algébrico nos anos iniciais, uma vez que tal forma de pensamento não requer que o estudante apresente uma linguagem simbólica algébrica. Ao contrário, esse tipo de pensamento envolve a construção do pensamento matemático, a fim de que construam uma “[...] linguagem algébrica para expressar e justificar suas ideias” (BLANTON *et al.*, 2007, p.8, tradução nossa).

## **Procedimentos Metodológicos Adotados**

Nesta investigação empregamos os procedimentos à luz da Análise de Conteúdo como também para a análise e interpretação das informações.

De acordo com Bardin (2004), esse método de análise é:

[...] um conjunto de técnicas que permitem a exploração e análise das informações de uma pesquisa. É por meio da Análise de Conteúdo que é possível retirar informações contidas num texto, interpretá-las podendo assim relacioná-las ao contexto em que se deu determinada produção. Esta forma de análise leva o pesquisador, depois de muito estudo, a criar categorias, agrupando unidades de análise semelhantes, fazendo inferências sempre que necessário e possível (p.26).

A investigação ocorreu num contexto de uma escola pública envolvida no Programa Observatório da Educação, a qual se localiza no município de Apucarana - PR. A turma em questão era composta por 35 estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental I, os quais não tiveram contato com uma linguagem simbólica algébrica.

Cabe esclarecer que o projeto Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática teve início em 2011 na escola mencionada, tendo reuniões semanais, com duração de aproximadamente três horas. Nestas reuniões eram realizadas discussões com nove professoras do Ensino Fundamental I, sobre, por exemplo, as dificuldades de ensino e aprendizagem da Matemática, especificamente aos pensamentos algébrico e geométrico.

Durante estes estudos<sup>40</sup> com as professoras, que ocorriam no período da manhã, os estudantes da escola, divididos em seis turmas, que estavam em horário regular das aulas, resolviam tarefas matemáticas conduzidas por estagiários graduandos do curso de Licenciatura em Matemática, com exceção de um, que cursava Pedagogia.

---

<sup>40</sup> Estes estudos eram dirigidos por uma professora estudante de doutorado vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEL.  
RPEM, Campo Mourão, Pr, v.3, n.5, jul.-dez. 2014

No primeiro semestre de 2011, a pesquisadora em questão não teve contato direto com a turma investigada. No entanto, no segundo semestre, a mesma trabalhou com a turma duas semanas antes de aplicar as tarefas propostas da pesquisa, tendo a intenção de estabelecer um primeiro contato com os estudantes.

No que diz respeito às oito tarefas utilizadas nesta investigação, estas foram realizadas na perspectiva da *Early Algebra*, em que tendo a ênfase na aprendizagem e raciocínio dos estudantes, este projeto desenvolve materiais que tratam da álgebra do Ensino Fundamental, abordando temas matemáticos como, por exemplo, números, símbolos, comparações, etc.













Os instrumentos empregados foram: diário de campo da pesquisadora (produzido durante e após cada encontro com os estudantes) e registros escritos dos estudantes resultantes da resolução das tarefas que lhes foram propostas.

Durante a resolução de cada tarefa, a pesquisadora orientou os estudantes a ficarem individualmente, a fim de não ter influência da pesquisadora e de outros estudantes. A seguir apresentaremos as tarefas em ordem cronológica, conforme mostram as figuras 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, e 8.

**Figura 1:** Tarefa 1

Tarefa 1

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

Símbolos	Uma possibilidade de interpretação
  	Ontem houve relâmpagos e trovões e meu cachorro estava com medo e fugiu.
   Marco Érica	
  	Eu ouvi
   Léia	
$3 + 5 - 2$	

Fonte: <http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp>













**Figura 2: Tarefa 2**

**Tarefa 2**

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

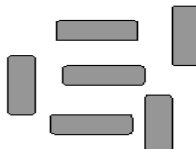
Os seguintes sinais podem ser encontrados em uma estação rodoviária ou aeroporto.

Símbolos	Minha interpretação
	
	
	
	
	
	
	
	


Fonte: <http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp>

**Figura 3: Tarefa 3**

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_



Formas retangulares cinzas



Formas retangulares pretas

José não sabe contar. Como ele pode fazer para saber se existem mais formas retangulares cinzas ou pretas?

Fonte: <http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp>





**Figura4:** Tarefa 4

**Tarefa 4**

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

João e Maria têm uma caixa de doces cada um.  
João tem uma caixa e um doce em cima dela.  
Maria tem uma caixa e três doces em cima dela.  
Dentro das duas caixas têm exatamente o mesmo número de doces.

Desenhe ou escreva algo que compare quantos doces João e Maria têm.

**Fonte:** <http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp>

**Figura 5:** Tarefa 5

**Tarefa 5**

Nome: \_\_\_\_\_ data: \_\_\_\_\_

Entrada	Saída		
	Adicione 3 a entrada	Subtraia 2 a entrada	Multiplique por 3 a entrada
3			
7			
10			
	9		
		9	
			9
100			
101			
N			

Qual é a primeira regra? \_\_\_\_\_

Qual é a segunda regra? \_\_\_\_\_

Qual é a terceira regra? \_\_\_\_\_

**Fonte:** <http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp>



**Figura 6: Tarefa 6**

**Tarefa 6**

Nome: \_\_\_\_\_ data: \_\_\_\_\_

Agora você cria a regra...

Entrada	Saída		
	1ª regra	2ª regra	3ª regra
100			
101			
10			
	14		
		14	
			14
15			
6			
n			

Qual é a primeira regra? \_\_\_\_\_

Qual é a segunda regra? \_\_\_\_\_

Qual é a terceira regra? \_\_\_\_\_

**Fonte:** <http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp>

**Figura 7: Tarefa 7**

**Tarefa 7**

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

Talita e José fazem aniversário no mesmo dia (15 de julho).  
Talita é exatamente cinco anos mais jovem do que José.

Complete a tabela para as idades de Talita e de José.

Quantos anos terá José quando Talita tiver 7 anos?

Quantos anos terá Talita quando José tiver 7 anos?

Idade de José	Idade de Talita	A diferença entre as idades deles
7	7	
8	10	
10	15	

Tarefa extra:

Vamos usar a letra  $k$  para significar a idade de José.  
Se José tem  $k$  anos de idade, quantos anos terá Talita?

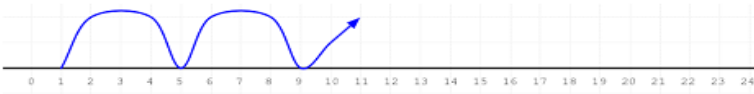
**Fonte:** <http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp>

**Figura 8:** Tarefa 8

**Tarefa 8**

Nome: \_\_\_\_\_ data: \_\_\_\_\_

Descubra que regra segue o salto da curva na reta numerada.



Invente uma história que envolva essa regra.

\*Antes de Tony começar a trabalhar tinha R\$ 1,00 em seu cofrinho. Então, ele ganhou R \$ 4,00 por cada dia de trabalho. \*

Escreva uma expressão matemática para mostrar essa regra.

**Fonte:** <http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp>

Vale ressaltar que as tarefas propostas *podem* promover o desenvolvimento do pensamento algébrico. Entretanto, consideramos que o desenvolvimento desse pensamento não está na tarefa, mas sim que é algo interno ao estudante. De tal modo, uma tarefa pode parecer totalmente aritmética, porém esta pode proporcionar uma resolução que demonstre indícios de pensamento algébrico.

Tendo posse dos dados coletados, a próxima etapa consistiu na análise da produção escrita dos estudantes, ou seja, compõe-se dos procedimentos aplicados aos dados e de algumas inferências e interpretações mais aprofundadas suscitadas na busca de interpretações e significados construídos a partir das análises.

Ressaltamos que no decorrer do ciclo da pesquisa, as resoluções de cada tarefa foram codificadas, como E1, E2, ..., E35, uma vez que E1 refere-se ao registro escrito do estudante um, e assim por diante. Também, o estudante E1 da tarefa um não é necessariamente o mesmo estudante E1 da tarefa dois, por exemplo, tendo em vista que a codificação dos registros escritos de cada tarefa foi aleatória.

### **Análise da produção escrita à luz do referencial teórico**

A partir das produções escritas, do diário de campo e da fundamentação teórica adotada, fizemos inferências e interpretações, tendo o objetivo de levantar reflexões acerca de aspectos que envolvem características de pensamento algébrico nas resoluções de tarefas de estudantes dos anos iniciais, considerando, além disso, as atitudes, indagações, enfim, o envolvimento desses estudantes durante a aplicação dessas oito tarefas.

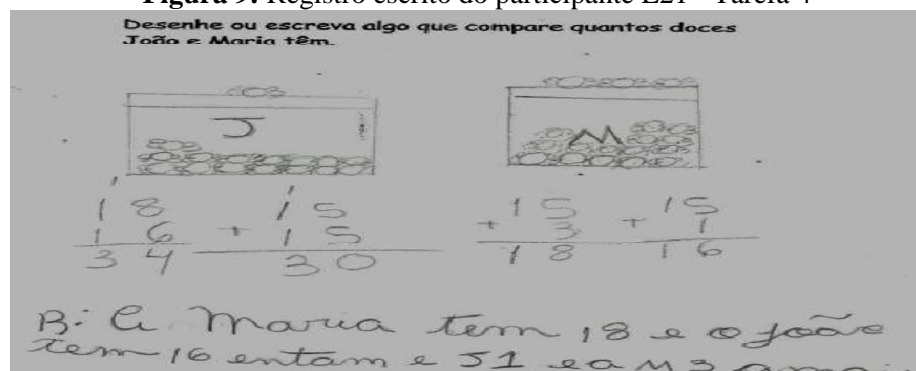
Analisando os registros escritos de cada tarefa com o intuito de tentar entender o processo de resolução e comunicar as novas compreensões e significados alcançados, compreendemos que as resoluções dos estudantes demonstram características de pensamento algébrico, uma vez que esse pensamento também envolve a construção da aprendizagem na medida em que o estudante vai produzindo relações e atribuindo significados para os conceitos a partir do que ele já sabe, ou seja, de seus conhecimentos prévios. É importante destacar que em uma resolução incorreta podemos evidenciar características de pensamento algébrico, fato que ocorreu em algumas produções escritas investigadas.

Para que ocorra a manifestação do pensamento algébrico não é necessário ter como pré-requisito ferramentas de uma linguagem simbólica algébrica. Os estudantes devem ter ao longo da vida escolar oportunidades que lhes permitam expressar seu raciocínio e refletir sobre relações matemáticas, uma vez que

[...] algumas noções algébricas deverão emergir e ser exploradas, à medida que os alunos: usam notações inventadas por eles, símbolos convencionais e variáveis para representar um padrão, uma generalização ou uma situação (NCTM, 2008, p.9).

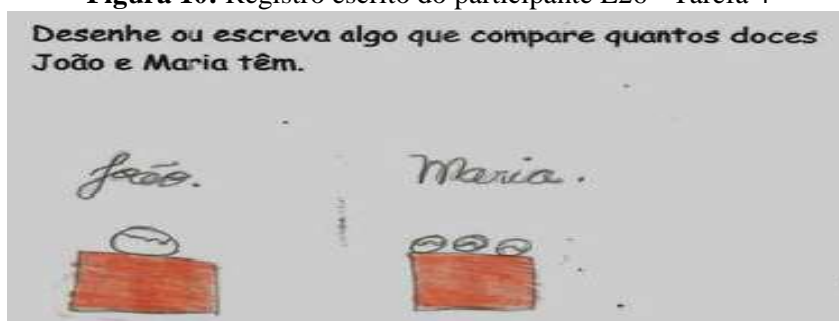
A fim de confirmar tais afirmações, na sequência segue as resoluções dos estudantes E21 e E26, referentes à tarefa 4.

**Figura 9:** Registro escrito do participante E21 - Tarefa 4



Fonte: Silva e Savioli (2012, p. 215)

**Figura 10:** Registro escrito do participante E26 - Tarefa 4



Fonte: Silva e Savioli (2012, p. 216)

Com relação ao estudante E21, esta criança empregou três notações diferentes para a resolução da tarefa: por meio de desenho, de uma operação aritmética (adição) e também da escrita natural. Além disso, ao expressar M3 e J1, a fim de traduzir o número de doces sobre a caixa de Maria e o número de doces sobre a caixa de João, respectivamente, o mesmo fez o uso de uma linguagem mais simbólica. A maior parte dos estudantes estabeleceu relações entre as informações descritas nas tarefas, tendo em vista que estas são características de pensamento algébrico.

Já o estudante E26, por meio de seu desenho demonstrou indícios de algum tipo de processo de generalização ao pintar as caixas de doces de João e Maria, o que indica que nas

caixas há a mesma quantidade de doces. Também estabeleceu relações e comparações entre as informações apresentadas na tarefa ao incluir os doces sobre as caixas de João e Maria.

Vale observar que nas análises das produções escritas desta tarefa, em geral, os estudantes apresentaram quantidades específicas dentro de cada caixa de doces.

Mais uma vez, cabe dizer que essas resoluções, e outras, confirmam que o pensamento algébrico não envolve necessariamente uma simbologia algébrica, de modo que pode ser desenvolvido em qualquer etapa escolar, ou seja, não tem como pré-requisito a apresentação, por parte do estudante, da linguagem simbólica algébrica.

Dessa análise fundamentada no referencial teórico adotado, produzimos quadros síntese que apresentam as características de pensamento algébrico encontradas nos registros escritos dos participantes da pesquisa. Partindo dos quadros síntese, reagrupamos novamente as descrições das resoluções (agrupamentos ou unidades de registro) em categorias, as quais têm como objetivo “[...] fornecer, por condensação, uma representação simplificada dos dados brutos [...]” (BARDIN, 2004, p.112-113). Assim, as categorias congregam elementos comuns, “[...] sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão dos caracteres comuns destes elementos [...]” (BARDIN, 2004, p.111), bem como, as características de pensamento algébrico nas produções escritas dos estudantes.

A seguir encontram-se as cinco categorias que compomos a partir das resoluções dos estudantes mediante as oito tarefas e o que significam para os registros escritos referentes às oito tarefas. O critério de construção foi semântico, ou seja, agrupamos as descrições das resoluções de acordo com as características de pensamento algébrico que consideramos neste estudo.

**I) Estabelecimento de relações/comparações entre as informações da tarefa:** nessa categoria consideramos que o estudante estabeleceu relações e/ou comparações entre expressões numéricas; percebeu e tentou expressar as estruturas aritméticas da tarefa.

**II) Utilização de diferentes notações/representações:** nessa categoria consideramos que o estudante utilizou diferentes notações e/ou representações para a mesma tarefa, por exemplo, por meio de desenho, linguagem natural, linguagem matemática; desenvolveu

uma linguagem mais concisa ao expressar-se matematicamente; percebeu e tentou expressar os símbolos da tarefa.

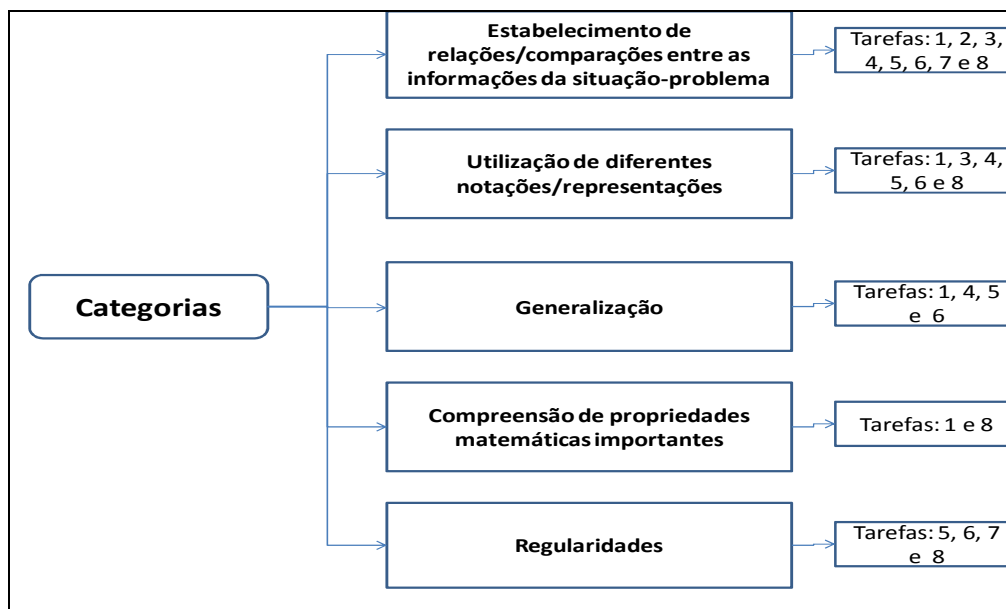
**III) Generalização:** nessa categoria consideramos que o estudante demonstrou indícios de algum tipo de processo de generalização ao expressar por meio de desenho ou de uma linguagem simbólica algébrica.

**IV) Compreensão de propriedades matemáticas importantes:** nessa categoria consideramos que o estudante interpretou uma igualdade entre duas expressões numéricas; transformou a expressão numérica em outra mais simples.

**V) Regularidades:** nessa categoria consideramos que o estudante demonstrou indícios de regularidades por meio de sua produção escrita, por exemplo, como completou o quadro utilizando um padrão ou compreendeu o padrão do salto da curva na reta numerada.

Tendo a intenção de resumir as categorias descritas anteriormente, juntamente com resoluções dos estudantes em cada tarefa, na sequência exibiremos a figura 11, a qual apresenta as cinco categorias e as tarefas que as compõe.

**Figura 11:** Síntese das categorias presentes na resolução dos estudantes mediante as oito tarefas



**Fonte:** das autoras



As categorias criadas confirmam as características de pensamento algébrico descritas anteriormente: formulação de conjecturas; estabelecimento de relações; utilização de diferentes notações para uma mesma tarefa; estabelecimento de regularidades; algum processo de generalização; compreensão de propriedades matemáticas importantes, como a comutatividade na adição; agrupamento, classificação, ordenação, justificação e validação de ideias; etc..

Essas características de pensamento algébrico ficaram evidentes nas produções escritas dos participantes da pesquisa.

### **Considerações finais**

Apresentamos neste artigo uma investigação acerca de aspectos que envolvem o pensamento algébrico, bem como analisamos a produção escrita de uma turma do 5º Ano do Ensino Fundamental I, buscando a manifestação de características desse pensamento.

Nesse sentido, fundamentamo-nos, principalmente, nos referenciais da *Early Algebra*, a qual é uma área de pesquisa que estuda a manifestação/importância do pensamento algébrico nos anos iniciais.

Por meio dessas categorias e do processo de análise, podemos afirmar que esses estudantes em questão manifestaram características de pensamento algébrico em suas resoluções. Este pensamento, nos anos iniciais, pode revelar-se sem o uso de símbolos algébricos, uma vez que os estudantes partem de suas notações intuitivas e ao longo do processo de ensino e aprendizagem vão aprimorando até que se apropriem de uma linguagem simbólica algébrica.

Em síntese, ficou evidente que as crianças investigadas utilizaram notações as quais criaram como ferramentas a fim de resolverem as tarefas propostas, bem como produziram relações e atribuíram significados para os conceitos a partir do que já sabiam, ou seja, de seus conhecimentos prévios.



### Notas

\*Mestre em Educação Matemática - Universidade Estadual de Londrina - (UEL). Email: dani-peres@hotmail.com

\*\*Docente do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL) e membro do PECEM - UEL. Email: angelamarta@uel.br

### Referências

ARAUJO, E. A. **Influências das habilidades e das atitudes em relação a matemática e a escolha profissional.** Tese de doutorado. FE – UNICAMP: Campinas, 1999.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo.** 3ª ed. Lisboa: Edição 70 Ltda., 2004.

BLANTON, M. et al. Early Algebra. In: **Algebra Gateway to a Technological Future.** Ed. Victor J, 2007.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.36, n.5, p.412-443, 2005.

BOOKER, G. **Algebraic Thinking:** generalising number and geometry to express patterns and properties succinctly. Griffith University Brisbane, 2009.

BRIZUELA, B. M. **Desenvolvimento matemático na criança: explorando notações.** Porto Alegre: Artmed, 2006.

BRIZUELLA, B.; SCHLIEMANN, A. Ten-year-old Students Solving Linear Equations. **For the Learning Mathematics**, v.24, n.2, 2004.

CAPRARO, M. M.; RANGEL-CHAVEZ, A.; CAPRARO, R. M. **Effective Preparation for Teaching of Algebra at the Primary Level.** Texas A. M. University. Paper presented at the 11th International Conference on Mathematics Education (ICME-11) for Topic Study Group 2: New developments and trends in mathematics education at primary level, Monterrey, Mexico, July 2008.

CARPENTER, T. P., M. L. FRANKE; LEVI, L. **Thinking Mathematically:** Integrating Arithmetic & Algebra in Elementary School. Portsmouth, NH: Heinemann, 2003.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A.; BRIZUELA, B. Algebra in the Early Grades? In: SAMSON, B. C. **Staying the Course: A commitment to inquiry-based learning.** Hands On!, Spring 2001, v. 24, n. 1, p. 8-11, 2001.

RPEM, Campo Mourão, Pr, v.3, n.5, jul.-dez. 2014

CARRAHER, D. W. et al. Arithmetic and Algebra in Early Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.2, n.37, p.87-115, 2006.

CARRAHER, D. W.; MARTINEZ, M. V.; SCHLIEMANN, A. Early algebra and mathematical generalization. **ZDM Mathematics Education**. DOI, v. 40, p, 3-22, 2008.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As Idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.  
FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Relatório de Projeto da Fapesp [processo 03/11233-4]. FE – UNICAMP: Campinas, 2005.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, v.4, n.1, p.78-91, 1993.

KAPUT, J. J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. (Eds.), **Mathematics classrooms that promote understanding** Mahwah, NJ: Erlbaum, p. 133-155, 1999.

KIERAN, C. Learning and teaching of school algebra. In: D. A Grows (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York: Macmillan, p.390-419, 1992.

KIERAN, C. The changing face of school algebra. In: C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde, & A. Pérez (Eds.), **Eighth International Congress on Mathematical Education: Selected lectures**, p. 271-290. Seville, Spain: S.A.E.M. Thales, 1996.

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: What is it? **The Mathematics Educator**, v.8, p.139-151, 2004.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. 1.ed., 2000. Tradução Portuguesa dos Principles and Standards for School Mathematics. 2. ed. Lisboa: APM, 2008.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M. **Bringing Out the Algebraic Character of Arithmetic: From Children's Ideas to Classroom Practice**. Studies in Mathematical Thinking and Learning Series. Lawrence Erlbaum Associates, 2006.

SILVA, D. P; SAVIOLI, A. M. P. D. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.206-222, mai. 2012.

RPEM, Campo Mourão, Pr, v.3, n.5, jul.-dez. 2014